УДК 550.831

Якимчик А.И., канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотр.,
Дубовенко Ю.И., канд. физ.-мат. наук, научн. сотр.,
Черная О.А., канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотр.
Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины
пр. Палладина 32, Киев–142
телефон 424-20-52, dubovenko@igph.kiev.ua

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ АППРОКСИМАЦИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ СЪЕМОК МОРСКИХ АКВАТОРИЙ

Введем декартовую прямоугольную систему координат, направив ось аппликат вертикально вверх и приняв плоскость $z=0$ за уровень моря. Рассмотрим проблему построения линейных аналитических аппроксимаций по данным морской гравиметрии в локальном варианте (т. е. когда сферичностью Земли можно пренебречь) элементов внешнего аномального гравитационного поля по заданным на поверхности моря значениям аномалий в свободном воздухе $\Delta g_i(x^{(i)}, y^{(i)})$, $i=1,2,...,N$. Будем использовать следующую линейную аналитическую аппроксимацию:

$$\Delta g_{аппр}(x,y,z) \approx \Delta g(x,y) = \sum_{j=1}^{N} \frac{c_j\, z}{[(x-x^{(j)})^2+(y-y^{(j)})^2+z^2]^{3/2}},$$

где c_i – коэффициенты, которые должны находиться из условий

$$\Delta g_{\text{аппр}}(x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}) \approx \Delta g_i, \quad i=1,2,...,N.$$

Для определенности зададим плоскость $z=+1$. Нахождение вектора c сводится к решению системы линейных уравнений $Ac=\Delta g$ с N – мерными векторами - столбцами неизвестных $c=(c_1,c_2,...,c_N)^T$, свободных членов $\Delta g=(\Delta g_1,\Delta g_2,...,\Delta g_N)^T$ и квадратной, симметрической, положительно определенной матрицей $A=(a_{i\,j})$, элементы которой суть

$$a_{i\,j}=a_{j\,i}=\frac{1}{[1+(x^{(i)}-x^{(j)})^2+(y^{(i)}-y^{(j)})^2]^{3/2}}, \quad 1\le i,j\le N.$$

Учитывая свойства матрицы, для решения системы используем разложение Холецкого, предусматривающее представление матрицы A в виде произведения $L\,L^T$, в котором нижняя треугольная матрица L имеет на главной диагонали положительные элементы. После нахождения разложения $A=L\,L^T$ вычисление корней исходной системы сводится к последовательному решению двух систем с треугольными матрицами $Lu=\Delta g$ и $L^T c=u$.

Авторы придают первостепенное значение расчетам, выполненным на практическом материале. В качестве данных использовались значения $\Delta g_i(x^{(i)}, y^{(i)})$ одного из участков (см. рисунок. 1) схемы гравитационного поля Причерноморского – Крымского нефтегазоносного региона масштаба 1:500000, полученные с помощью программного комплекса [1] ввода в компьютер изображений карт с последующим определением по введенным данным значений поля в узлах заданной (обычно прямоугольной) сети. Некоторые характеристики исходных данных и результаты решения задачи приведены в таблице 1.

В заключение коротко о том, какие задачи могут решаться с помощью найденной аналитической аппроксимации поля. Приведем некоторые основные типы задач [2]:

1) нахождение значений $\Delta g(x,y,z)$ на горизонтальных плоскостях $z=\text{const}>0$, а также построение изолиний поля Δg на этих плоскостях (здесь особо стоит выделить пересчеты на горизонтальные поверхности ниже поверхности моря); 2) нахождение в узлах регулярных сетей на горизонтальных плоскостях $z=\text{const}>0$ других элементов внешнего аномального гравитационного поля, в первую очередь – вторых производных от потенциала аномального поля (и опять-таки построение на указанных плоскостях изолиний новых элементов аномального гравитационного поля); 3) нахождение спектральных представлений поля $\Delta g(x,y,z)$; здесь имеются в виду представления интегралами Фурье; 4) нахождение значений

различного рода линейных функционалов от поля $\Delta g(x,y,z)$, например интегралов (с различными весами) по плоскостям $z=\mathrm{const}$, расположенными выше поверхности моря.

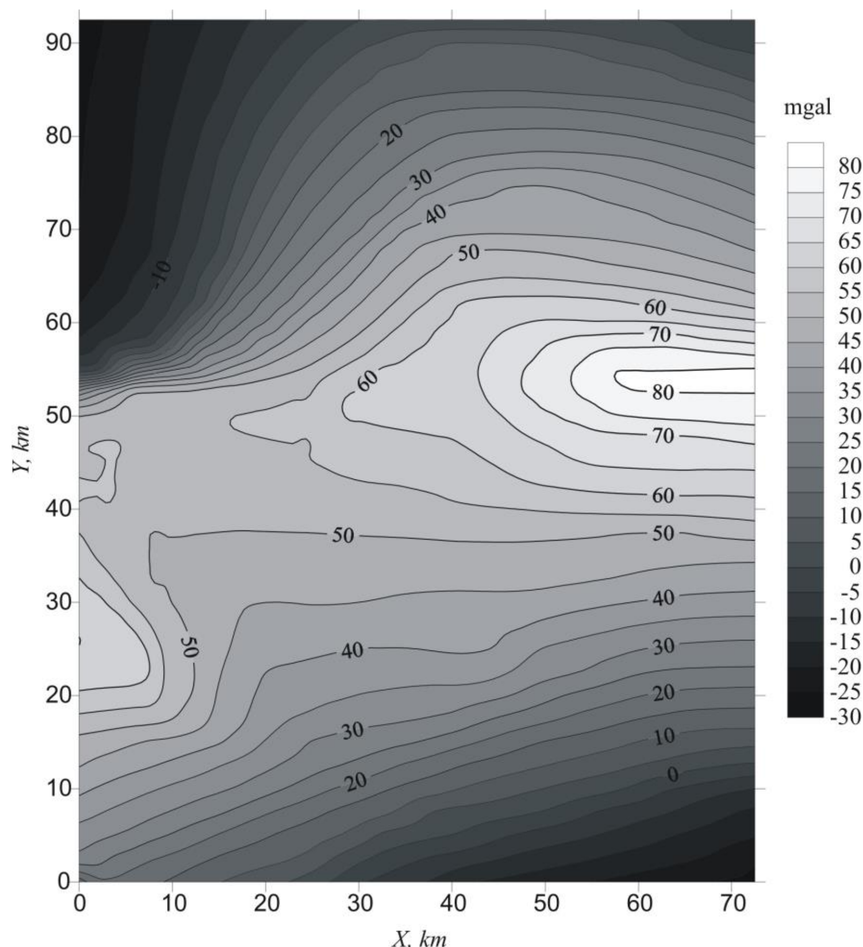


Рис. 1. Схема гравитационного поля

Таблица 1. Аппроксимация гравитационного поля

Площадь участка, км^2	6706,25	Шаг по осям, км	2,5
Количество сечений по оси абсцисс	30	Максимальное значение по x, км	72,5
Количество сечений по оси ординат	38	Максимальное значение по y, км	92,5
Минимальное значение поля, мГал	–26,0	Число уравнений и неизвестных	1140
Максимальное значение поля, мГал	80,9	Время счета (в секундах)	173
Макс. отн. погр. $\max\limits_{1\le i\le N}\left\|\Delta g-\Delta g_{аппр}/\Delta g\right\|$	$2{,}59\cdot10^{-6}$	$\left\|\Delta g-\Delta g_{аппр}\right\|_E / \left\|\Delta g\right\|_E$	$5{,}82\cdot10^{-7}$
Мин. отн. погр. $\min\limits_{1\le i\le N}\left\|\Delta g-\Delta g_{аппр}/\Delta g\right\|$	0	$\left\|Ac-\Delta g\right\|_E / \left\|\Delta g\right\|_E$	$9{,}32\cdot10^{-15}$

1. *Старостенко В.И., Легостаева О.В., Макаренко И.Б., Павлюк Е.В., Шарыпанов В.М.* Об автоматизированном вводе в компьютер изображений геолого-геофизических карт с разрывами первого рода и визуализации в интерактивном режиме трехмерных геофизических моделей и их полей // Геофиз. журн. – 2004. – **26**, № 1. – С. 3–13.; 2. *Страхов В.Н.* Об эффективных по быстродействию и точности методах построения линейных аналитических аппроксимаций в геодезии, геоинформатике и гравиметрии // Геофиз. журн. – 2007. – **29**, № 1. – С. 56–84.

Yakimchik A.I., Dubovenko Y.I., Chernaya O.A. Construction of linear analytical approximations by the results of marine gravity surveys